# Лабораторная работа № 4

Тема: Моделирование и решение задач линейного программирования общего вида.

*Цель работы:* закрепить навыки моделирования задач объектов управления и поиска их решения

## Задание на лабораторную работу:

1. получить задачу у преподавателя;
2. составить математическую постановку задачи;
3. решить ее с помощью ППП ЛП
4. провести анализ решений задачи ЛП.
5. составить подробный отчёт по лабораторной работе, в котором представляется:

- формулировка индивидуального задания,

- математическая модель и пояснение к её построению,

- входная таблица с экрана монитора и выходные таблицы для всех опций программы и содержательные пояснения к ним,

- выводы по лабораторной работе.

Варианты заданий

Задача 1.

На швейной фабрике для изготовления четырёх видов изделий может быть использована ткань трёх артикулов. Нормы расхода тканей всех артикулов на пошив одного изделия приведены в таблице. В ней так же указаны имеющиеся в распоряжении фабрики общее количество тканей каждого артикула и цена изделия данного вида. Определить, сколько изделий каждого вида должна произвести фабрика, чтобы стоимость изготовленной продукции была максимальной.

Таблица 1

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Артикул ткани | Норма расхода ткани (м) на одно изделие вида | | | | Общее количество ткани |
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| I  II  III | 1  -  4 | -  1  2 | 2  3  - | 1  2  4 | 180  210  800 |
| Цена изделия (руб.) | 9 | 6 | 4 | 7 |  |

Задача 2.

Предприятие выпускает четыре вида продукции и использует три типа основного оборудования: токарное, фрезерное и шлифовальное. Затраты времени на изготовление единицы продукции для каждого из типов оборудования приведены в таблице. В ней же указаны общий фонд рабочего времени каждого из типов оборудования, а также прибыль от реализации одного изделия данного вида. Определить такой объем выпуска каждого из изделий, при котором общая прибыль от их реализации является максимальной.

Таблица 2

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Тип оборудования | Затраты времени (станко-ч) на единицу продукции вида | | | | Общий фонд рабочего времени (станко-ч) |
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| Токарное  Фрезерное  Шлифовальное | 2  1  1 | 1  -  2 | 1  2  1 | 3  1  - | 300  70  340 |
| Прибыль от реализации единицы продукции (руб.) | 8 | 3 | 2 | 1 |  |

Задача 3.

Для перевозок груза на трёх линиях могут быть использованы суда трёх типов. Производительность судов при использовании их на различных линиях характеризуются данными, приведёнными в таблице. В ней же указаны общее время, в течение которого суда каждого типа находятся в эксплуатации, и минимально необходимые объёмы перевозок на каждой линии. Определить, какие суда, на какой линии и в течение какого времени следует использовать, чтобы обеспечить максимальную загрузку судов с учётом возможного времени их эксплуатации.

Таблица 3

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Тип судна | Производительность судов (млн.тонномиль в сутки) на линии | | | Общее время эксплуатации судов |
| 1 | 2 | 3 |
| I  II  III | 8  6  12 | 14  15  12 | 11  13  4 | 300  300  300 |
| Заданный объём перевозок  (млн. Тонно-миль) | 3000 | 5400 | 3300 |  |

Задача 4.

Найти решение, состоящее в определении плана изготовления изделий A, B и C, обеспечивающего максимальный их выпуск, в стоимости выраженной с учётом ограничений на возможное использование сырья трёх видов. Нормы расхода сырья каждого вида на одно изделие, цена одного изделия соответствующего вида, а также имеющегося сырья, приведены в таблице.

Таблица 4

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Вид сырья | Нормы затрат (кг) на одно изделие | | | Общее количество сырья (кг) |
| A | B | C |
| I  II  III | 18  6  5 | 15  4  3 | 12  8  3 | 360  192  180 |
| Цена одного изделия (руб.) | 9 | 10 | 16 | - |

Задача 5.

На ткацкой фабрике для изготовления трёх артикулов ткани используются станки двух типов, пряжа и красители. В таблице указаны производительность станка каждого типа, нормы расхода пряжи и красителей, цена 1 метра ткани данного артикула, а также общий фонд рабочего времени станков каждого типа, имеющихся в распоряжении фабрики фонды пряжи и красителей и ограничения на возможный выпуск тканей данного артикула.

Таблица 5

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Ресурсы | Нормы затрат на 1 м ткани артикула | | | Общее количество ресурсов |
| 1 | 2 | 3 |
| Производительность станков (станко-ч):  I типа  II типа  Пряжа (кг)  Красители (кг)  Цена 1м ткани (руб.)  Выпуск ткани (м):  Минимальный  Максимальный | 0,02  0,04  1,0  0,03  5  1000  2000 | -  0,03  1,5  0,02  8  2000  9000 | 0,04  0,01  2,0  0,025  8  2500  4000 | 200  500  15000  450  -  -  - |

Задача 6.

Машиностроительное предприятие для изготовления четырёх видов продукции использует токарное, фрезерное, сверлильное, расточное и шлифовальное оборудование, а также комплектующие изделия.

Кроме того, сборка изделий требует выполнения определённых сборочно-наладочных работ. Нормы затрат всех видов на изготовление каждого из изделий приведены в таблице. В этой же таблице указаны наличный фонд каждого из ресурсов, прибыль от реализации единицы продукции данного вида, а также ограничения на возможный выпуск продукции 2-го и 3-го вида.

Найти план выпуска продукции, при котором прибыль от её реализации является максимальной.

Таблица 6

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Ресурсы | Нормы затрат на изготовление одного изделия | | | | Общий объём ресурсов |
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| Производительность оборудования (человек-ч):  Токарного  Фрезерного  Сверлильного  Расточного  Шлифовального  Комплектующие изделия (шт) Сборочно-наладочные работы (человек-ч) | 550  40  86  160  -  3  4,5 | -  30  110  92  158  4  4,5 | 620  20  150  158  30  3  4,5 | -  20  52  128  50  3  4,5 | 64270  4800  22360  26240  7900  520  720 |
| Прибыль от реализации одного изделия (руб.)  Выпуск (шт.):  Минимальный  Максимальный | 315  -  - | 278  40  - | 573  -  120 | 370  -  - | -  -  - |

Задача 7.

Для обогрева помещений используются четыре агрегата, каждый из которых может работать на любом из пяти сортов топлива, имеющемся в количествах 90, 110, 70, 80 и 150 т. Потребность в топливе каждого из агрегатов соответственно равна 80, 120, 140 и 160 т. Теплотворная способность *i*-ого сорта топлива при использовании его на *j*-ом агрегате задаётся матрицей



Найти такое распределение топлива между агрегатами, при котором получается максимальное количество теплоты от использования всего топлива.

Задача 8.

Изготовляемый на пяти кирпичных заводах кирпич поступает на шесть строящихся объектов. Ежедневное производство кирпича и потребность в нём указаны в таблице. В ней же указана цена перевозок 1000 шт. кирпича с каждого из заводов к каждому из объектов.

Составить план перевозок, согласно которому обеспечиваются потребности в кирпиче на каждом из строящихся объектов при минимальной общей стоимости перевозок.

Таблица 8

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Кирпичный завод | Цена перевозки 1 тыс. шт. Кирпича к строящемуся объекту | | | | | | Производство кирпича (тыс. шт.) |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| I  II  III  IV  V | 8  13  12  14  9 | 7  8  4  6  12 | 5  10  11  12  14 | 10  7  9  13  15 | 12  6  10  7  8 | 8  13  11  14  13 | 240  360  180  120  150 |
| Потребность в кирпиче (тыс. шт.) | 230 | 220 | 130 | 170 | 190 | 110 | - |

Задача 9.

Для поддержания нормальной жизнедеятельности человеку необходимо потреблять не менее 118 г белков, 56 г жиров, 500 г углеводов, 8 г минеральных солей. Количество питательных веществ, содержащихся в 1 кг каждого вида потребляемых продуктов, а также цена 1 кг каждого из этих продуктов приведены в следующей таблице:

Таблица 9

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Питательные вещества | Содержание (г) питательных веществ в 1 кг продуктов | | | | | | |
| Мясо | рыба | молоко | Масло | сыр | крупа | карто-фель |
| Белки  Жиры  Углеводы  Минеральные соли | 180  20  -  9 | 190  3  -  10 | 30  40  50  7 | 10  865  6  12 | 260  310  20  60 | 130  30  650  20 | 21  2  200  10 |
| Цена 1 кг продуктов (руб.) | 1,8 | 1,0 | 0,28 | 3,4 | 2,9 | 0,5 | 0,1 |

Составить дневной рацион, содержащий не менее минимальной суточной нормы потребности человека в необходимых питательных веществах при минимальной общей стоимости потребляемых продуктов.

Задача 10.

Для перевозок трёх видов продукции предприятие использует два типа технологического оборудования и два вида сырья. Нормы затрат сырья и времени на изготовление одного изделия каждого вида приведены в таблице. Таблица 10

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Ресурсы | Нормы затрат на одно изделие вида | | | Общее количество ресурсов |
| 1 | 2 | 3 |
| Производительность оборудования (норм-ч):  I типа  II типа  Сырьё (кг):  1-го вида  2-го вида  Цена одного изделия (руб.)  Выпуск (шт.):  Минимальный  Максимальный | 2  4  10  30  10  10  20 | -  3  15  20  15  20  40 | 4  1  20  25  20  25  100 | 200  500  1495  4500  -  -  - |

В ней же указаны общий фонд рабочего времени каждой из групп технологического оборудования, объёмы имеющегося сырья каждого вида, а также цена одного изделия данного вида и ограничения на возможный выпуск каждого из изделий.

Составить такой план производства продукции, согласно которому будет изготовлено необходимое количество изделий каждого вида, а общая стоимость всей изготовляемой продукции максимальна.

Задача 11.

При производстве четырёх видов кабеля выполняется пять групп технологических операций. Нормы затрат на 1 км кабеля данного вида на каждой из групп операции, прибыль от реализации 1 км каждого вида кабеля, а также общий фонд рабочего времени, в течение которого могут выполняться эти операции, указаны в таблице.

Таблица 11

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Технологическая операция | Нормы затрат времени (ч) на обработку 1 км кабеля вида | | | | Общий фонд рабочего времени (ч) |
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| Волочение | 1,2 | 1,8 | 1,6 | 2,4 | 7200 |
| Наложение изоляции | 1,0 | 0,4 | 0,8 | 0,7 | 5600 |
| Скручивание элементов в кабель | 6,4 | 5,6 | 6,0 | 8,0 | 11176 |
| Освинцевание | 3,0 | - | 1,8 | 2,4 | 3600 |
| Испытание и контроль | 2,1 | 1,5 | 0,8 | 3,0 | 4200 |
| Прибыль от реализации 1 км кабеля | 1,2 | 0,8 | 1,0 | 1,3 | - |

Определить такой план выпуска кабеля, при котором общая прибыль от реализации изготовляемой продукции является максимальной.

Задача 12.

На мебельной фабрике изготовляется пять видов продукции: столы, шкафы, диваны-кровати, кресла-кровати и тахты. Нормы затрат труда, а также древесины и ткани на производство единицы продукции данного вида приведены в таблице.

Таблица 12

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Ресурсы | Норма расхода ресурса на единицу продукции | | | | | Общее количество ресурсов |
| стол | шкаф | диван-кровать | кресло-кровать | тахта |
| Трудозатраты (человека-ч) | 4 | 8 | 12 | 9 | 10 | 3456 |
| Древесина (м3) | 0,4 | 0,6 | 0,3 | 0,2 | 0,3 | 432 |
| Ткань (м) | - | - | 6 | 4 | 5 | 2400 |
| Прибыль от реализации одного изделия (руб.) | 8 | 10 | 16 | 14 | 12 | - |
| Выпуск (шт.): Минимальный Максимальный | 120  480 | 90  560 | 20  180 | 40  160 | 30  120 | -  - |

В этой же таблице указана прибыль от реализации одного изделия каждого вида, приведено общее количество ресурсов данного вида, имеющееся в распоряжении фабрики, а также указано (на основе изучения спроса), в пределах каких объёмов может изготовляться каждый вид продукции.

Определить план производства продукции мебельной фабрикой, согласно которому прибыль от её реализации является максимальной. Используя пакет PER, найти решение задачи, а также провести после оптимизационный анализ полученного решения.

Задача 13.

Из трёх видов сырья необходимо составить смесь, в состав которой должно входить не менее 26 ед. химического вещества A, 30 ед. – вещества B и 24 ед. – вещества C. Количество единиц химического вещества, содержащегося в 1 кг сырья каждого вида, указано в таблице. В ней же приведена цена 1 кг сырья каждого вида.

Составить смесь, содержащую не менее необходимого количества данного вида и имеющую минимальную стоимость.

Таблица 13

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Вещество | Количество единиц вещества, содержащегося в 1 кг сырья вида | | | |
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| A B  C | 1  2  1 | 1  -  2 | -  3  4 | 4  5  6 |
| Цена 1 кг сырья (руб.) | 5 | 6 | 7 | 8 |